KFI
Komunikasi Fisika Indonesia
Jurusan Fisika FMIPA Univ. Riau Pekanbaru
p-ISSN.1412-2960 | e-2579-521X
Edisi Maret 2022
Vol. 19 | No. 1
Web: https://kfi.ejournal.unri.ac.id
Email: kfi@ejournal.unri.ac.id

BATAS MEDAN LEMAH PADA GRAVITASI *f*(*T*)

Tika Restianingsih
Jurusan Fisika FMIPA Universitas Jambi

E-mail korespondensi: tika.restianingsih@unja.ac.id

ABSTRACT

We derive the field equation of f(T) gravity at the weak field limit obtained by teleparallel Lagrange action of a function of torsion scalar T. The weak field limit in teleparallel gravity is to assume that tetrad experiences small perturbation and ignore the higher order. Tetrad perturbation is equivalent to metric perturbation in general relativity and can be transformed into one another. If we take the special case f(T) = T then the equation will be equivalent to the gravitational field equation obtained by the Einstein-Hilbert action. The equation of fields is simplified using the trace reversed method for metric perturbation and Lorentz gauge condition. The final equation has the form of the wave equation with an additional derivative of function f(T). Technically, this equation is the gravitational waves equation in terms of f(T) gravity. In a vacuum with zero energy and momentum tensor, the field equation reduces to the gravitational waves equation in a vacuum.

Keywords: *f*(T) Gravity, Teleparallel Gravity, The Weak Field Limit, Gravitational Waves.

ABSTRAK

Telah diturunkan persamaan medan gravitasi f(T) pada batas medan lemah yang diperoleh dengan aksi Lagrangian teleparalel suatu fungsi yang bergantung pada skalar torsi T. Batasan medan lemah adalah dengan menganggap tetrad pada gravitasi teleparalel mengalami usikan yang nilainya sangat kecil sehingga diabaikan pada orde tinggi. Usikan pada tetrad ini setara dengan usikan metrik pada gravitasi Einstein dan dapat ditransformasikan ke dalam bentuk metrik. Jika diambil kasus khusus f(T) = T maka persamaan medan akan setara dengan persamaan medan gravitasi yang diperoleh dari aksi Einstein-Hilbert. Persamaan medan disederhanakan menggunakan metode trace reversed terhadap usikan metrik dan kondisi tera Lorentz. Persamaan yang diperoleh memiliki bentuk seperti persamaan gelombang dengan tambahan turunan dari fungsi f(T). Persamaan ini merupakan persamaan gelombang gravitasional yang ditinjau dalam gravitasi f(T). Di ruang hampa, tensor energi dan momentum adalah nol dan persamaan medan akan sama dengan persamaan gelombang gravitasional di ruang hampa.

Kata kunci: Gravitasi *f*(*T*), Gravitasi Teleparalel, Batas Medan Lemah, Gelombang Gravitasional.

Diterima 05-02-2022 | Disetujui 10-03-2022 | Dipublikasi 31-03-2022

PENDAHULUAN

Gravitasi teleparalel merupakan teori alternatif gravitasi selain gravitasi Einstein yang menggunakan koneksi Weitzenbock dengan tensor kelengkungan nol untuk mendefinisikan turunan kovariannya [1]. Pada gravitasi teleparalel, aksi Lagrangian untuk mendapatkan persamaan medan adalah skalar torsi T. Hal ini berbeda dengan gravitasi Einstein yang menggunakan skalar kelengkungan R pada aksi Lagrangiannya dan koneksi Levi Civita pada turunan kovariannya [2]. Pada dasarnya, gravitasi teleparalel adalah teori alternatif gravitasi selain gravitasi Einstein dan Newton [3] dan secara fisis memiliki formulasi persamaan medan yang setara dengan teori relativitas umum sehingga dinamakan teori kesetaraan teleparalel relativitas umum [4].

Sama halnya dengan gravitasi $f(R)$ sebagai perluasan aksi Lagrangian pada teori relativitas umum, pada gravitasi teleparalel juga diperkenalkan gravitasi $f(T)$ dimana aksi Lagrangian adalah suatu fungsi analitik yang bergantung pada skalar torsi T [5]. Konstruksi dari tensor torsi inilah yang mengantarkan pada gravitasi torsional yang dikemas dalam bentuk gravitasi $f(T)$ dan dapat diterapkan di bidang astrofisika dan kosmologi [6]. Modifikasi teori gravitasi teleparalel dengan perluasan $f(T)$ pertama kali diaplikasikan dalam kosmologi untuk menyelesaikan masalah horizon partikel dalam ruang datar metrik FRW [7]. Selanjutnya, gravitasi $f(T)$ juga digunakan untuk mendapatkan selesaian analitik metrik FLRW dengan kelengkungan ruang yang tidak nol [8].

Selain dalam bidang kosmologi, gravitasi $f(T)$ juga dapat menjelaskan fenomena astrofisika. Gravitasi $f(T)$ telah digunakan untuk menjelaskan benda-benda antap seperti bintang neutron dengan mengembangkan model analitik dalam mendapatkan selesaian struktur bintang neutron [9], menyelesaikan persamaan Tolman-Oppenheimer-Volkof untuk menggambarkan bintang neutron [10], dan menyelesaikan persamaan Tolman-Oppenheimer-Volkof bintang neutron dengan meninjau persamaan keadaan politropik [11].

Berdasarkan penelitian-penelitian kosmologi dan astrofisika terbaru menggunakan gravitasi $f(T)$, maka gravitasi $f(T)$ menjadi teori gravitasi yang menarik dan terus dikembangkan secara teoretik oleh fisikawan. Beberapa diantaranya adalah invariansi Lorentz pada gravitasi $f(T)$, [12], modifikasi gravitasi teleparalel dengan turunan torsi orde tinggi yang diterapkan dalam kosmologi untuk mendapatkan sektor energi gelap efektif [13], selesaian perhitungan simetri bola pada gravitasi $f(T)$ [14], dan masalah pergeseran kovariansi pada gravitasi $f(T)$ [15].

Pada gravitasi teleparalel, selain gravitasi $f(T)$ juga terdapat gravitasi $f(T,B)$, dengan B adalah syarat batas antara torsi dan kelengkungan. Penelitian teoretik mengenai batas medan lemah dan gelombang gravitasi pada $f(T,B)$ [16] dan gelombang gravitasi dalam gravitasi $f(T)$ telah diselesaikan [17]. Sedangkan penelitian tentang batas medan lemah pada gravitasi $f(R)$ juga sudah diselesaikan untuk ruang tiga dimensi [18]. Pada penelitian ini, akan dibahas tentang batas medan lemah pada gravitasi $f(T)$ yang diturunkan dari perluasan persamaan medan gravitasi teleparalel.

METODE PENELITIAN

Gravitasi Teleparalel

Gravitasi teleparalel berhubungan dengan teori tera untuk grup translasi dengan geometrinya berada di untingan singgung. Pada gravitasi teleparalel, ruang waktu tidak digambarkan dengan metrik seperti di relativitas umum, melainkan dengan tetrad e_a^{μ} (*vierbein*) yaitu suatu basis lokal dari medan vektor di ruang singgung yang didefinisikan pada setiap titik $x^{\mu}(e_a)$ dalam keragaman (*manifold*) berdimensi-4 [19]. Indeks μ mewakili koordinat ruang dan waktu di keragaman sedangkan indeks a mewakili koordinat di ruang singgung. Tetrad juga memiliki invers (*coframe*) yang memenuhi persamaan:

$$e_a^{\mu} e_{\mu}^{b} = \delta_b^a \text{, dan } e_a^{\mu} e_{\upsilon}^{b} = \delta_{\upsilon}^{\mu} \qquad (1)$$

Sebagai teori modifikasi gravitasi, tetrad dalam gravitasi teleparalel dapat dibawa ke dalam bentuk metrik di ruang waktu melalui persamaan:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ab} e_{\mu}^{a} e_{\upsilon}^{b} \qquad (2)$$

Determinan tetrad dapat diperoleh dari determinan metrik

$$\begin{aligned} g &= \det(g_{\mu\upsilon}) = \det(\eta_{ab})\det(e_{\mu}^{a})\det(e_{\upsilon}^{b}) \\ g &= -1[\det(e_{\mu}^{a})]^2 = -e^2 \\ e &= \sqrt{-g}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Pada gravitasi teleparalel, koneksi yang digunakan adalah koneksi Weitzenbock $\Gamma_{\mu\upsilon}^{\rho} = e_a^{\rho} \partial_{\mu} e_{\upsilon}^{a}$ yang mendefinisikan tensor torsi melalui persamaan:

$$T^{\rho}_{\mu\upsilon} = \Gamma^{\rho}_{\mu\upsilon} - \Gamma^{\rho}_{\upsilon\mu} = e^{\rho}_{a}(\partial_{\mu} e^{a}_{\upsilon} - \partial_{\upsilon} e^{a}_{\mu}) \qquad (4)$$

Koneksi levi Civita dalam relativitas umum dapat dihubungkan dengan koneksi Weitzenbock melalui tensor kontorsi $\Gamma^{\rho}_{\mu\upsilon} = [\Gamma^{\rho}_{\mu\upsilon}]_{LC} + K^{\rho}_{\mu\upsilon}$, dengan tensor kontorsi:

$$K^{\rho}_{\mu\upsilon} = -\frac{1}{2}(T_{\mu\upsilon}{}^{\rho} - T_{\upsilon\mu}{}^{\rho} - T^{\rho}{}_{\mu\upsilon}) \qquad (5)$$

Selanjutnya, melalui tensor torsi dan tensor kontorsi, juga dapat didefinisikan tensor superpotensial:

$$S^{\rho}{}_{\mu\upsilon} = \frac{1}{2}(K_{\mu\upsilon}{}^{\rho} - \delta^{\rho}_{\mu} T_{\alpha\upsilon}{}^{\alpha} - \delta^{\rho}_{\upsilon} T_{\alpha\mu}{}^{\alpha} \qquad (6)$$

Rapat Lagrangian dalam gravitasi teleparalel diwakilkan dengan skalar torsi $T = (T_{\rho\mu\nu} S^{\rho\mu\nu})/2$ yang diperoleh dari koneksi Weitzenbock dengan kelengkungan nol. Sama halnya dengan relativitas umum, dimana R diperumum menjadi $f(R)$, maka di gravitasi telaparalel rapat lagrangian diperumum ke suatu fungsi bergantung pada T sehingga aksi lagrangian menjadi:

$$I = \int \left(\frac{f(T)}{16\pi G} + L_M \right) e d^4 x \qquad (7)$$

dengan L_M adalah Lagrangian untuk materi.

Variasi aksi Lagrangian terhadap medan tetrad e^{a}_{ρ} menghasilkan persamaan medan [20]:

$$\begin{aligned} & f_T [\partial_{\mu}(e e^{\upsilon}_{a} S_{\upsilon}{}^{\lambda\rho}) - e e^{\rho}_{a} S^{\mu\upsilon\lambda} T_{\mu\upsilon\rho}] \\ & + f_{TT} e e^{\upsilon}_{a} S_{\upsilon}{}^{\lambda\rho} \partial_{\rho} T + (1/2) e e^{\lambda}_{a} f(T) \\ & = 8\pi G \Theta^{\lambda}_{a} \end{aligned} \qquad (8)$$

dengan $f_T = \partial f(T)/\partial T$, $f_{TT} = \partial^2 f(T)/\partial T^2$, dan Θ^{λ}_{a} adalah tensor energi momentum materi yang didefinisikan sebagai $\Theta^{\lambda}_{a} = -\frac{1}{e}\frac{\partial(eL_M)}{\partial e^{a}_{\lambda}}$.

Jika dijabarkan dalam bentuk kovarian maka persamaan medan gravitasional teleparalel (8) menjadi:

$$\begin{aligned} & f_T \left(R_{\mu\upsilon} - \frac{1}{2} g_{\mu\upsilon} R \right) + \frac{1}{2} g_{\mu\upsilon} [f(T) \\ & - f_T T] + f_{TT} S_{\upsilon\mu\rho} \nabla^{\rho} T = 8\pi G \Theta_{\mu\upsilon} \end{aligned} \qquad (9)$$

dengan ∇^{ρ} adalah turunan kovarian dan $R_{\mu\upsilon}$ dan R adalah tensor Ricci dan skalar Ricci (kelengkungan).

Jika diambil kasus khusus untuk $f(T) = T$ maka persamaan (9) akan setara dengan persamaan medan Einstein yang diperoleh dari aksi Einstein-Hilbert. Analogi antara gravitasi teleparalel dan gravitasi Einstein juga ada pada skalar kelengkungan R dan skalar torsi T, dimana $R = -T - 2\nabla^{\mu}(T^{\upsilon}{}_{\mu\upsilon})$. Perbedaan antara kedua teori gravitasi tersebut terdapat pada aksi Einstein-Hilbert dan aksi teleparalel yang diwakilkan oleh skalar torsi T.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Batas Medan Lemah pada Gravitasi *f*(*T*)

Pada teori relativitas umum, batas medan lemah atau pendekatan medan lemah adalah kasus khusus dimana kelengkungan ruang waktu sangat kecil mendekati ruang datar, sehingga komponen kuadrat dari metrik dapat diabaikan. Dalam hal ini, metrik yang menggambarkan ruang waktu adalah metrik Minkowski yang diganggu oleh usikan metrik yang sangat kecil atau ditulis:

$$g_{\mu\upsilon} = \eta_{\mu\upsilon} + h_{\mu\upsilon}, \qquad (10)$$

dengan $h_{\mu\upsilon}$ adalah metrik usikan yang nilainya sangat kecil. Batasan medan lemah ini dapat secara langsung diterapkan pada gravitasi teleparalel dengan menganggap tetrad juga mengalami usikan, yaitu $e_{\mu}{}^{a} = \delta_{\mu}{}^{a} + h_{\mu}{}^{a}$, dengan $h_{\mu}{}^{a}$ adalah usikan tetrad yang nilainya juga sangat kecil ($O(h^2) << 1$). Melalui persamaan (2) maka diperoleh:

$$\begin{aligned} g_{\mu\upsilon} &= \eta_{ab}(\delta^a_\mu + h^a_\mu)(\delta^b_\upsilon + h^b_\upsilon) \\ g_{\mu\upsilon} &= \eta_{ab}[\delta^a_\mu\delta^b_\upsilon + \delta^a_\mu h^b_\upsilon + h^a_\mu\delta^b_\upsilon + h^a_\mu h^b_\upsilon) \\ g_{\mu\upsilon} &= \eta_{ab}[\delta^a_\mu\delta^b_\upsilon + \delta^a_\mu h^b_\upsilon + h^a_\mu\delta^b_\upsilon + O(h^2)) \\ g_{\mu\upsilon} &= \eta_{\mu\upsilon} + \delta^a_\mu h^b_\upsilon + h^a_\mu\delta^b_\upsilon, \end{aligned} \tag{11}$$

sehingga diperoleh usikan metrik dalam bentuk tetrad $h_{\mu\upsilon} = \delta^a_\mu h^b_\upsilon + h^a_\mu \delta^b_\upsilon$ dan mengabaikan bagian orde tinggi.

Dalam hal ini, gangguan pada tetrad berhubungan dengan gangguan pada metrik pada keragaman. Gangguan metrik $h_{\mu\upsilon}$bertransformasi Lorentz sebagai tensor. Pada batas medan lemah, seluruh suku dalam persamaan medan dibatasi pada orde pertama karena menganggap untuk orde tinggi mengandung metrik gangguan yang nilainya sangat kecil sehingga dapat diabaikan. Dengan demikian tensor Ricci ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}{}^{(1)} &= \frac{1}{2}(\partial_\rho\partial_\upsilon h^\rho{}_\mu + \partial^\rho\partial_\mu h_{\mu\rho} \\ &- \partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\upsilon h), \end{aligned} \tag{12}$$

dengan $h = h^\mu h_\mu$ adalah determinan metrik gangguan dan $\partial_\rho\partial^\rho = \nabla^2 - \partial_t{}^2$ adalah operator gelombang. Skalar kelengkungan pada batas medan lemah adalah:

$$R^{(1)} = R^\mu{}_\mu = \partial_\rho\partial^\mu h^\rho{}_\mu - \partial_\rho\partial^\rho h, \tag{13}$$

sehingga diperoleh tensor Einstein:

$$\begin{aligned} G_{\mu\upsilon} &= R_{\mu\upsilon} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\upsilon}R \\ G_{\mu\upsilon} &= \frac{1}{2}(\partial_\rho\partial_\upsilon h^\rho{}_\mu + \partial^\rho\partial_\mu h_{\mu\rho} \\ &- \partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_{\upsilon.} h - \eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\sigma h^\rho{}_\sigma \\ &+ \eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\rho h) \end{aligned} \tag{14}$$

Selanjutnya, tensor Ricci dan kelengkungan dimasukkan ke persamaan medan (9) dengan mengabaikan unsur dengan orde tinggi yang mengandung gangguan metrik dan tetrad ($f_{TT} << 1$) menjadi berikut:

$$\begin{aligned} & f_T\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)} - \frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right) + \frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}(f(T) \\ & - f_T T) = 8\pi G\Theta_{\mu\upsilon} \end{aligned} \tag{15}$$

Fungsi dari medan torsi $f(T)$ dianggap sebagai fungsi analitik dan dapat diperluas menggunakan deret Taylor:

$$f(T) = f_0 + f_T T + \frac{1}{2} f_{TT} T^2 + \cdots \tag{16}$$

dan

$$f_T = \frac{\partial f(T)}{\partial T} = f_T + f_{TT} T \tag{17}$$

Fungsi dari torsi ini juga dibatasi pada orde pertama sama halnya dengan kelengkungan, sehingga persamaan medan gravitasional $f(T)$ yang diperluas menjadi:

$$\begin{aligned} & (f_T + Tf_{TT})\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)} - \frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right) + \frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}(f_T T \\ & + \frac{1}{2}f_{TT}T^2 - f_T T - \frac{1}{2}f_{TT}T^2) = 8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}, \\ & f_T\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)} - \frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right) + Tf_{TT} \\ & \left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)} - \frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right) - \frac{g_{\mu\upsilon}}{4}f_{TT}T^2 = 8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}. \end{aligned} \tag{18}$$

Pada batas medan lemah, orde pertama ruang Minkowski (ruang datar) berhubungan dengan orde nol dari tensor energi momentum materi $\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}$. Sebelumnya telah diketahui hubungan antara skalar kelengkungan dan skalar torsi $R = -T - 2\nabla^\mu(T^\upsilon{}_{\mu\upsilon})$. Pada kasus medan lemah, semua komponen pada persamaan medan EInstein dibatasi pada orde pertama, begitu juga dengan skalar torsi pada gravitasi teleparalel, sehingga hubungan antara kelengkungan dan torsi menjadi R = -T. Persamaan medan gravitasi dalam wakilan skalar kelengkungan orde pertama ditulis:

$$\begin{aligned}
&f_T\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)}-\frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right)-R^{(1)}f_{TT}\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)}-\frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right)\\
&-\frac{g_{\mu\upsilon}}{4}(R^2)^{(1)}f_{TT}=8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}\\
&f_T\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)}-\frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right)-R^{(1)}f_{TT}R_{\mu\upsilon}{}^{(1)}\\
&+\frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}(R^2)^{(1)}f_{TT}-\frac{g_{\mu\upsilon}}{4}(R^2)^{(1)}f_{TT}=8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}\\
&f_T\left(R_{\mu\upsilon}{}^{(1)}-\frac{1}{2}g_{\mu\upsilon}R^{(1)}\right)-R^{(1)}f_{TT}R_{\mu\upsilon}{}^{(1)}\\
&+\frac{g_{\mu\upsilon}}{4}(R^2)^{(1)}f_{TT}=8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}
\end{aligned} \tag{19}$$

Subsitusikan tensor Ricci dan skalar Ricci menjadi:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}f_T(\partial_\rho\partial_\upsilon h^\rho{}_\mu+\partial^\rho\partial_\mu h_{\upsilon\rho}-\partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\upsilon}-\partial_\mu\partial_\upsilon h\\
&-\eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\sigma h^\rho{}_\sigma+\eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\upsilon})+f_{TT}(\partial_\rho\partial^\mu h^\rho{}_\mu\\
&-\partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\upsilon})(\partial_\rho\partial_\upsilon h^\rho{}_\mu+\partial^\rho\partial_\mu h_{\upsilon\rho}-\partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\upsilon}\\
&-\partial_\mu\partial_\upsilon h-\eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\sigma h^\rho{}_\sigma+\eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\upsilon})\\
&-\frac{1}{4}f_{TT}(\partial_\rho\partial^\mu h^\rho{}_\mu-\partial_\rho\partial^\rho h_{\mu\upsilon})^2=8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Persamaan di atas dapat disederhanakan menggunakan metode *trace-reversed* seperti yang dilakukan pada persamaan gelombang gravitasi, $\bar{h}_{\mu\upsilon}=h_{\mu\upsilon}-\frac{1}{2}\eta_{\mu\upsilon}h,$ dengan $\bar{h}_\mu^\mu=-h$. subsitusikan metode *trace-reversed* ke persamaan (20) maka semua suku yang mengandung unsur h akan saling menghilangkan, menyisakan persamaan:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}f_{TT}(\partial_\sigma\partial_\upsilon\bar{h}_\mu^\rho+\partial^\rho\partial_\mu\bar{h}_{\mu\upsilon}-\partial_\rho\partial^\rho\bar{h}_{\mu\upsilon}\\
&-\eta_{\mu\upsilon}\partial_\rho\partial^\sigma\bar{h}_\sigma^\rho)=8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Pada batas medan lemah dapat diterapkan kondisi tera Lorentz $\partial^\mu\bar{h}_{\mu\upsilon}=0$ dan diperoleh persamaan:

$$-\frac{f_T}{2}\partial_\rho\partial^\rho\bar{h}_{\mu\upsilon}=8\pi G\Theta_{\mu\upsilon}{}^{(0)} \tag{22}$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa persamaan medan gravitasi $f(T)$ pada batas medan lemah dalam kondisi tera Lorentz berlaku seperti persamaan gelombang, dimana $\partial_\rho\partial^\rho$ berlaku sebagai operator gelombang. Disederhanakan dalam bentuk persamaan gelombang menjadi:

$$\partial_\rho\partial^\rho\bar{h}_{\mu\upsilon}=-\frac{16\pi G}{f_T}\Theta_{\mu\upsilon} \tag{23}$$

Persamaan (23) adalah persamaan medan gravitasi $f(T)$ pada batas medan lemah dan orde pertama. Di ruang hampa tanpa materi, persamaan medan gravitasi menjadi:

$$\partial_\rho\partial^\rho\bar{h}_{\mu\upsilon}=0 \tag{24}$$

sama seperti persamaan gelombang gravitasi di ruang hampa. Persamaan medan gravitasi yang diperoleh menunjukkan persamaan gelombang gravitasi yang ditinjau dalam gravitasi $f(T)$.

KESIMPULAN

Gravitasi $f(T)$ merupakan suatu fungsi perluasan dari gravitasi teleparalel dengan aksi Lagrangian yang bergantung pada skalar torsi T. Pada batas medan lemah, persamaan medan gravitasi $f(T)$ mirip dengan persamaan gelombang. Persamaan medan ini dipandang sebagai persamaan gelombang gravitasional dalam gravitasi $f(T)$.

REFERENSI

1. Hayashi, K. & Shirafuji, T. (1979). New general relativity. *Physical Review D*, **19**(12), 3524–3553.
2. Aldrovandi, R. & Pereira, J. G. (2013). *Teleparallel gravuty*. Dordrecht: Springer.

3. Yasmini, L. P. B. (2021). Gravitasi: Gaya vs geometri. *Indonesian Physical Review*, **4**(1), 1–6.
4. Maluf, J. W. (2013). The teleparallel equivalent of general relativity. *Annalen der physik*, **525**(5), 339–357.
5. Ferraro, R. (2012). F(R) and f(T) theories of modified gravity. *AIP Conference Proceedings*, **1471**(103).
6. Cai, Y. F., Capozziello, S., De Laurentis, M., & Saridakis, E. N. (2016). f (T) teleparallel gravity and cosmology. *Reports on Progress in Physics*, **79**(10), 106901.
7. Ferraro, R. & Fiorini, F. (2007). Modified teleparallel gravity: Inflation without Inflation. *Rep. Prog. Phys.*, **79**(10), 106901.
8. Palianthanasis, A. (2021). F(T) Cosmology with nonzero curvature. *Modern Physics Letters A*, **36**(38), 2150261.
9. Solanki, J., Joshi, R., & Garg, M. (2021). Analytical stellar models of neutron stars in f(T) gravity. *arXiv:2107.01645v2*.
10. Fortes, H. G. M. & Araujo, J. C. N. D. (2021). Solving Tolman oppenheimer Volkoff equation in f(T) gravity: A novel approach. *arXiv:2105.04473v1*.
11. Araujo, J. C. N. D. & Fortes, H. G. M. (2021). Solving Tolman oppenheimer Volkoff equation in f(T) gravity: A novel Approach in applied to polytropic equation of state. *arXiv:2105.09118v1*.
12. Li, B., Sotiriou, T. P., & Barrow, J. D. (2011). F(T) gravity and local Lorentz invariance. *Physical Review D.*, **83**(6), 064035.
13. Otalora, G. & Saridakis, E. N. (2016). Modified teleparallel gravity with higher-derivative torsion terms. *Physical Review D.*, **94**(8), 084021.
14. Golovnev, A. (2021). Issues of Lorentz-invariance in f (T) gravity and calculations for spherically symmetric solutions. *Classical and Quantum Gravity*, **38**(19), 197001.
15. Ren, X., Zhao, Y., Saridakis, E. N., & Cai, Y. F. (2021). Deflection angle and lensing signature of covariant f (T) gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2021**(10), 062.
16. Capozziello, S., Capriolo, M., & Caso, L. (2020). Weak field limit and gravitational waves in f (T, B) teleparallel gravity. *The European Physical Journal C*, **80**(2), 1–11.
17. Bamba, K., Capozziello, S., De Laurentis, M., Nojiri, S., & Sáez-Gómez, D. (2013). No further gravitational wave modes in F (T) gravity. *Physics Letters B*, **727**(1-3), 194–198.
18. Eingorn, M. & Zhuk, A. (2011). Weak-field limit of f (R) gravity in three and more spatial dimensions. *Physical Review D*, **84**(2), 024023.
19. Socolovsky, M. (2012). Fiber Bundles, Connections, General Relativity, and the Einstein-Cartan Theory–Part I. *Advances in Applied Clifford Algebras*, **22**(3), 837–872.
20. Miao, R. X., Li, M., & Miao, Y. G. (2011). Violation of the first law of black hole thermodynamics in f (T) gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2011**(11), 033.