

PENENTUAN ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG ELEKTRON DALAM KAWAT KUANTUM DENGAN BANTUAN KOMPUTER

Erwin, Salomo, Rio Fauzi

Jurusan Fisika FMIPA- Universitas Riau Pekanbaru 28293

Email: erwin_amiruddin@yahoo.com

RINGKASAN

Kawat kuantum (nanowire) merupakan kawat dengan dimensi nanometer, dimana gerakan electron didalamnya mengalami hopping dari satu site kesite berikutnya. Jika dalam kawat tersebut tidak terdapat impuritas (pengotor) maka gerakan electron adalah gerakan ballistic. Namun dalam kenyataannya pemuatan kawat kuantum tidak terlepas dari impuritas. Dalam tulisan dilakukan simulasi program komputer untuk menentukan eigen fungsi dan eigen energi elektron dalam kawat kuantum tanpa impuritas. Program yang dikembangkan ini menggunakan program MATLAB versi 7. Untuk mendapatkan eigen function dan eigen energy dari electron dalam kawat kuantum, maka ditentukan penyelesaian Persamaan Schrodinger tidak bergantung waktu. Dalam penelitian ini, program komputer yang dibuat terdiri dari 2 program yaitu program menu dan program utama. Program menu digunakan untuk memasukkan data input yang nantinya ditulis dalam data file. Program ini memudahkan pengguna dalam menginput data yang diperlukan dalam perhitungan. Program utama adalah program yang digunakan untuk melakukan perhitungan terhadap eigen fungsi dan eigen energy.

Key words: *Kawat kuantum, Eigen fungsi, Eigen energi dan Impuritas*

PENDAHULUAN

Penggunaan komputer di era globalisasi ini meningkat begitu tajam, namun peningkatan ini harus diikuti oleh pengembangan dari komputer itu khususnya perangkat keras seperti CPU. Perangkat utama dalam sistem komputer adalah prosesor. Kemampuan prosesor didukung dengan rangkaian IC (*integrated circuit*) dalam bentuk mikrochip. Bahan material penyusun rangkaian ini adalah silikon (Si), dalam hal ini silikon memiliki mobilitas pembawa muatan elektron sebesar 0,14

$m^2/V.s$. Mobilitas adalah parameter yang menyatakan laju dari pembawa muatan dalam semikonduktor bila diberi medan listrik. Untuk meningkatkan kemampuan dari prosesor ini maka digunakan bahan dengan mobilitas yang lebih besar. Sebagai kandidat pengganti silikon (Si) maka digunakan Galium-Arsenida (GaAs). GaAs adalah material semikonduktor dari golongan III-V yang memiliki mobilitas elektron sekitar enam kali lipat lebih tinggi dari silikon (Si) pada temperatur ruang (**Runyan,1970**).

Saat ini telah dikembangkannya kawat berukuran nano (10^{-9} meter) yang dikenal dengan nanowire yang ukurannya jauh lebih kecil dari ukuran kawat biasa. Dengan menggunakan material GaAs sebagai pertimbangan dalam pembuatan nanowire. Pada nanowire tidak ada atom pengotor didalamnya, sehingga elektron bergerak tanpa hambatan atau bergerak secara balistik. Nanowire yang tidak memiliki cacat output yang dapat mentransfer elektron sehingga tidak terjadi tumbukan, akibatnya elektron bisa bergerak (tanpa hambatan). Gerakan elektron bermuatan ini dinamakan gerakan balistik. Kawat dalam skala nano, terjadi efek mekanika kuantum didalam kawat sehingga sering dikatakan dengan istilah kawat kuantum. Karena bentuk alur elektron didalam kawat kuantum menyerupai sumur potensial, maka diperoleh Eigen fungsi dan Eigen energi dari kawat kuantum. Makin tipis kawat, semakin kecil jumlah saluran yang tersedia untuk transportasi elektron. Semakin kecil celah energi maka jumlah pembawa muatan semakin meningkat. Dalam penelitian ini dilakukan penentuan dari eigen fungsi dan eigen energi elektron dalam kawat kuantum dengan bantuan komputer. Ada dua program komputer yang dibuat dalam tulisan ini yang pertama

dinamakan dengan program menu dan yang kedua dinamakan dengan program utama. Program menu digunakan untuk memasukkan data input yang nantinya ditulis dalam data file. Program ini memudahkan pengguna dalam menginput data yang diperlukan dalam perhitungan. Program utama adalah program yang digunakan untuk melakukan perhitungan terhadap eigen fungsi dan eigen energy. Program komputer yang dikembangkan ini menggunakan program MATLAB versi 7. Besaran dari eigen fungsi elektron dan eigen energi dari elektron tersebut akan menjadi dasar perhitungan konduktansi dari kawat kuantum.

TEORI

Kawat kuantum adalah kawat berukuran nano, Nanowire didefinisikan sebagai struktur kawat yang memiliki ketebalan diameter untuk ukuran puluhan nanometer, atau lebih kecil dari ukuran kawat biasa dengan panjang kawat tidak ditentukan. Pada skala nano, terjadi efek kuantum sehingga sering dikatakan dengan istilah kawat kuantum (*quantum wire*). Karena ukurannya mikro, maka penyelesaian persamaannya harus mengikuti hukum-hukum pada fisika kuantum. Eigen fungsi dan eigen energy dari electron dalam kawat kuantum dapat diperoleh dengan

menyelesaikan persamaan Schrodinger sebagai berikut:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V\psi(x) = E\psi(x) \quad (1)$$

dalam hal ini E adalah energi total electron, m adalah massa electron, V adalah energi potensial ψ = Fungsi gelombang dan h adalah konstanta Plank ($6,626 \times 10^{-34}$ J.s)

Dengan menyelesaikan persamaan diatas dan menggunakan syarat batas dimana untuk $x=0$ dan $x=L$, maka eigen fungsi adalah nol, sehingga eigen energy dapat ditulis menjadi

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2} \quad (2)$$

dan eigen fungsi adalah

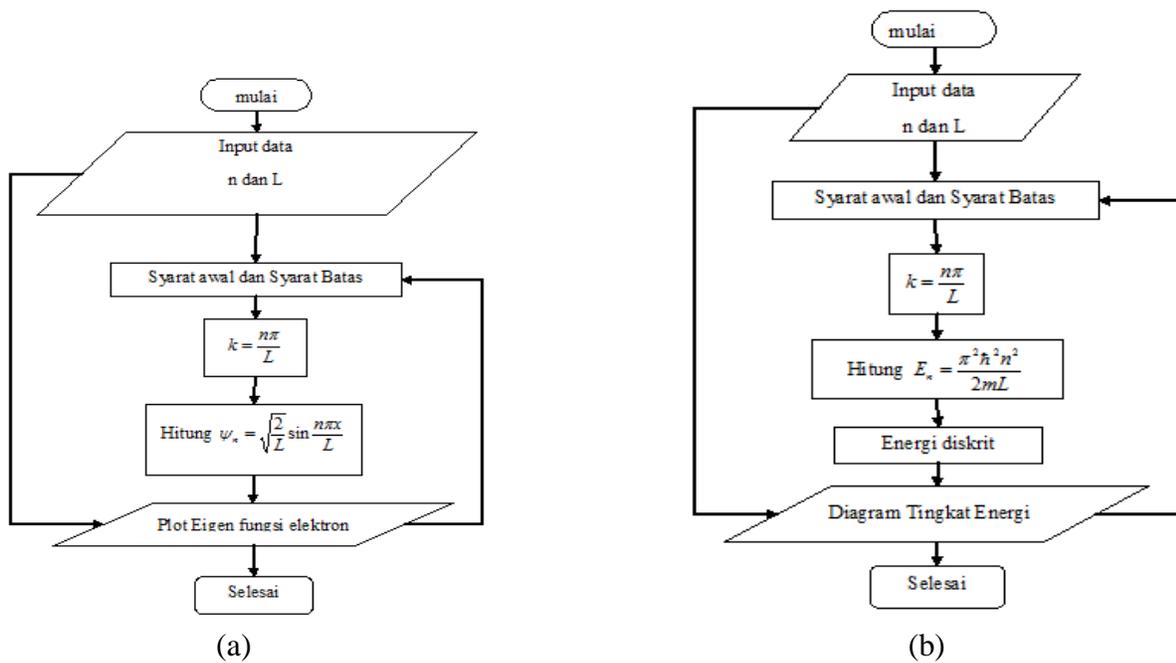
$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \quad (3)$$

dimana n adalah bilangan kuantum utama yang nilainya adalah 1,2,3 ... , L adalah lebar kawat kuantum.

METODOLOGI

Dalam penelitian ini metode yang digunakan adalah metode simulasi computer. Untuk mendapatkan eigen fungsi dan eigen energy dari electron dalam kawat kuantum maka terlebih dahulu diselesaikan persamaan Schrodinger 1 dimensi yang tidak bergantung pada waktu. Setelah

mendapatkan parameter ini maka dibuat 2 buah program komputer untuk melakukan perhitungan terhadap eigen fungsi dan eigen energi dari lektron dalam kawat kuantum. Program yang dibuat ini terdiri dari program menu dan program utama. Program menu digunakan untuk memasukkan data input yang nantinya ditulis dalam data file. Program ini memudahkan pengguna dalam menginput data yang diperlukan dalam perhitungan. Program utama adalah program yang digunakan untuk melakukan perhitungan terhadap eigen fungsi dan eigen energy. Program komputer yang dikembangkan ini ditulis menggunakan program MATLAB versi 7. Berikut ini ditampilkan flowchart dari perhitungan eigen fungsi dan eigen energy dari electron dalam kawat kuantum



Gambar 1. Diagram alir untuk mendapatkan (a) eigen fungsi dan (b) eigen energy

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini berupa program komputer yang outputnya merupakan bentuk eigen fungsi dan eigen energi dari elektron dalam kawat kuantum satu dimensi tanpa impuritas.

Program Komputer

Program komputer yang digunakan dalam penelitian ini adalah Software MATLAB Versi 7.7. (R2008b). Program komputer yang telah dibuat terdiri dari dua bagian program yaitu program menu dan program utama.

Program Menu

Program ini dibuat untuk memudahkan pengguna dalam memberikan data input terhadap kawat kuantum.

1. Masukan (Input)

Bagian input ini digunakan untuk menginput data yang akan disimulasikan untuk menampilkan hasil program komputer. Adapun data yang diinputkan dalam simulasi ini adalah nilai bilangan kuantum utama ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$) dan lebar kawat kuantum (Lx).

2. Proses: Pada bagian proses ini digunakan untuk menjalankan program komputer berdasarkan persamaan yang telah diketahui dan diselesaikan dalam proses perintah program komputer. Pada bagian proses ini tombol **OK** selanjutnya berfungsi untuk menjalankan program yang telah dibuat (Output).

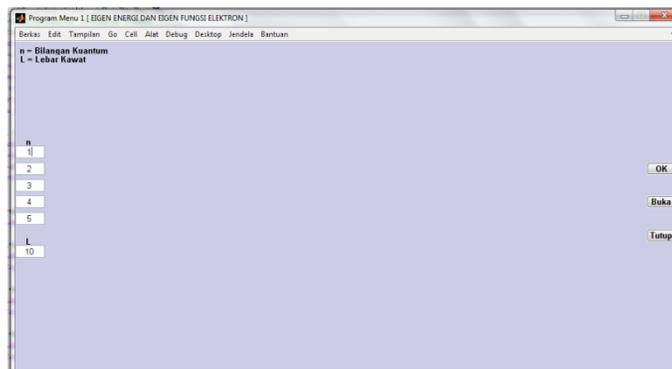
3. Keluaran (Output), keluaran dari program ini berupa simulasi hasil dari Eigen Fungsi terhadap lebar kawat (Lx) yang di plot dalam bentuk gelombang sinusoidal. Hasil perhitungan Eigen energi elektron berupa angka-angka, ditampilkan grafik hubungan pertambahan Eigen Energi (eV) terhadap lebar kawat kuantum (Lx).

Program Utama

Program utama ini digunakan untuk melakukan perhitungan untuk menentukan Eigen fungsi dan Eigen energi. Program utama ini menggunakan data input yang

diberikan dalam program menu. Adapun tampilan dari program utama ini terdiri dari beberapa bagian:

1. Tampilan awal dari program menu utama terdiri dari beberapa menu seperti **Bilangan Kuantum (n)**, **Lebar Kawat (L)**, **Buka**, **OK**, dan perintah **Tutup**.
2. Untuk memulai program utama dapat dilakukan dengan cara klik **Berkas** pilih **Tab Baru** atau **Buka**.
3. Untuk menjalankan program dilakukan perintah **Buka**, **Ok**, dan
4. **Tutup**.



Gambar 2. Tampilan Program Utama dari program komputer untuk menentukan eigen fungsi dan eigen energy dari electron dalam kawat kuantum

Bagian terpenting didalam program yang dibuat adalah program **M-file**, dimana pada file ini ditulis skrip dari Eigen fungsi dan Eigen energi Skrip yang dibuat terdiri dari:

- Input, dalam program yang dibuat, yang di input yaitu

bilangan kuantum utama kuantum (n), dan lebar kawat kuantum (L).

`n = input ('masukan nilai kuantum n=');`

`L = input ('masukan nilai lebar L=')*1e-10;`

- Syarat awal dan syarat batas, syarat awal berfungsi untuk membuat suatu keadaan awal dari data yang telah dimasukkan. Sedangkan syarat batas berfungsi untuk membuat gambaran dari persoalan yang berupa logika.

`% x coordinates`

`x_min = 0;`

`x_max = L;`

`x = linspace(x_min,x_max,N);`

`N = 100; % number`

`of x values`

- Proses, Pada bagian ini ditulis skrip program yang berfungsi untuk menjalankan persamaan gelombang dari kawat kuantum.

`% Wave number for this energy level`

`k1 = n1 * pi /L;`

`k2 = n2 * pi /L;`

`k3 = n3 * pi /L;`

`k4 = n4 * pi /L;`

`k5 = n5 * pi /L;`

`% Calculate the wave function`

`psi1 = sqrt(2/L) * sin(k1*x);`

`psi2 = sqrt(2/L) * sin(k2*x);`

`psi3 = sqrt(2/L) * sin(k3*x);`

`psi4 = sqrt(2/L) * sin(k4*x);`

`psi5 = sqrt(2/L) * sin(k5*x);`

`% Calculate energy in electron-volts`

$E_{n1} = \frac{n1^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m_e L^2} e$

$E_{n2} = \frac{n2^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m_e L^2} e$

$E_{n3} = \frac{n3^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m_e L^2} e$

$E_{n4} = \frac{n4^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m_e L^2} e$

$E_{n5} = \frac{n5^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m_e L^2} e$

- Output, pada bagian ini maka program komputer melakukan perintah untuk memplot Grafik Eigen Fungsi dan Eigen Energi.

`% Make the plot and label it`

`subplot(2,3,1)`

`plot(x,psi1)`

`s1=sprintf('\psi_g(x); L=%g nm; n=1; Energi=%g eV',n1,L,Energi1);`

`title(s1);`

`xlabel('x (nm)');`

`ylabel('\Psi(x)');`

`subplot(2,3,2)`

`plot(x,psi2)`

`s2=sprintf('\psi_g(x); L=%g nm; n=2; Energi=%g eV',n2,L,Energi2);`

`title(s2);`

`xlabel('x(nm)');`

`ylabel('\psi(x)');`

`subplot(2,3,3)`

`plot(x,psi3)`

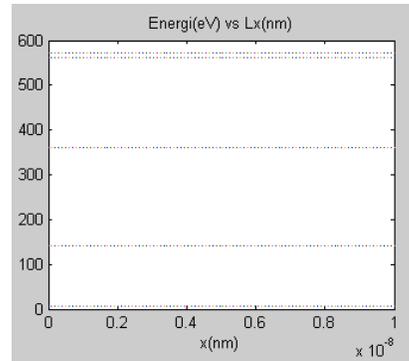
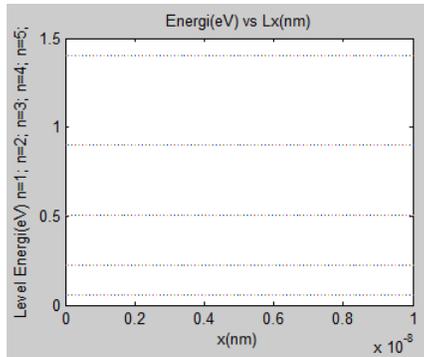
`s3=sprintf('\psi_g(x); L=%g nm; n=3; Energi=%g eV',n3,L,Energi3);`

`title(s3);`

`xlabel('x(nm)');`

Eigen Energi hanya bisa ditemukan didalam kawat kuantum sepanjang $x = 0$ dal $x = L$ disebabkan oleh potensial tak berhingga yang membatasi kawat kuantum. Dengan menggunakan program MatLab 7, maka Eigen energi diplot berdasarkan

penambahan nilai bilangan utama (n). Untuk nilai bilangan kuantum kecil energi elektron berharga diskrit. Perubahan tingkat energy electron untuk beberapa bilangan kuantum utama ditampilkan pada gambar 4(a).



Gambar 4. (a) Grafik tingkat eigen energi dalam kawat kuantum untuk bilangan kuantum kuantum utama $n=1,2,3,4$ dan 5. dan (b) Eigen energy bernilai kontinu dengan nilai bilangan kuantum utama di perbesar ($n=10,50,80,100,101$)

Pada gambar 4(a) dapat dilihat dengan jelas bahwa energi elektron terkuantisasi, diskrit, energi minimum elektron tidak sama dengan nol dan eigen energi tidak dapat bernilai sembarang atau kontinu. Eigen energi elektron bernilai kontinu jika bilangan kuantum utama (n) berharga besar. Dengan memberikan nilai bilangan kuantum bervariasi dengan $n = 10,50,80, 100,101$ menghasilkan grafik energi pada gambar 4(b). Penambahan nilai bilangan kuantum utama dalam kawat kuantum akan mempengaruhi besarnya Eigen energi elektron. Pada Bilangan kuantum (n) kecil maka energi elektron yang

diperoleh berharga diskrit. Jika nilai bilangan kuantum (n) diperbesar energi elektron akan kontinu.

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian dan analisa yang telah dilakukan, maka dapat diambil beberapa kesimpulan diantaranya sebagai berikut.

1. Program komputer untuk menghitung eigen fungsi dan eigen energi dari elektron dalam kawat kuantum telah dibuat dan telah berhasil di ujicoba (*run*) untuk melakukan perhitungan dari eigen fungsi dan eigen energi.

2. Eigen fungsi dari electron dalam kawat kuantum amplitudonya bergantung pada lebar kawat kuantum. Semakin lebar kawat kuantum maka semakin kecil amplitudo dari eigen fungsi. Nilai ini sesuai dengan yang diharapkan
3. Eigen energi dari electron dalam kawat kuantum bernilai diskrit untuk bilangan kuantum utama (n) yang kecil dan akan bernilai continue untuk bilangan kuantum utama (n) yang besar.

DAFTAR PUSTAKA

- De Picciotto, R. et al. 2001. *Four-Terminal Resistance of a Ballistic Quantum Wire*, www.natural.com
- Evaldsson, M. 2008. *Quantum transport and spin effects in lateral semiconductor nanostructures and graphane*. Swedan, Linkoping University
- Luisier.M, et al. 2007. *Transport Calculation of Semiconductor Nanowire Coupled to Quantum Well Reservoirs*, Journal Comput Electron 6:199-202
- Lenka.T.R, Panda A.K. 2009. *Characterisation Study of Modulation Doped GaAs/In_xGa_{1-x}As/Al_xGa_{1-x}As based Pseudomorphic HEMT*, International Journal of Recent Trends in Engenering, Vol 1, No.3.
- Lenka.T.R, Panda A.K. 2010. *Characteristics Study of 2DEG Transport Properti of AlGa_N/Ga_N and*

AlaAs/GaAs-based HEMT, National Institute of Science and Technology, Palur Hills, Berhampur-761008, Odisha, India

Runyan, W.R, Watelski, S.B. 1970. *Handbook of Materials and Processes for Electronics*,

C.A. Harper, Ed, McGraw-Hill Book Company, New York.

Pfeiffer L. N, et al. 2005. *Ballistic Hole Transport In a Quantum Wire*, Applied Physics Letters 87, 073111. <http://aip.org/apl>

Spencer L, Ross dan Michale ware. 2004. *Introduction to Matlab*. Brigham Young University: physics.byu.edu/Courses/Computational